

# Actions d'un champ magnétique

27

Un champ magnétique, créé par un circuit parcouru par courant ou un aimant, exerce une force sur un autre circuit ou aimant. Dans ce chapitre on apprendra à calculer la force et ou le couple exercé(e) par un champ magnétique sur un circuit parcouru par un courant.

## 1 Force de Laplace

### 1.1 Force de Laplace sur une tige en translation

Une tige  $\mathcal{T}$ , conductrice, est posée sur deux rails, eux aussi conducteurs, nommés rails de Laplace<sup>1</sup>. L'ensemble forme un circuit électrique fermé, parcouru par un courant  $i$ , créé par un générateur non représenté. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire  $\vec{B} = B\vec{u}_y$ , orthogonal au plan des rails.

La force de Laplace  $\vec{f}_L$  qui s'exerce sur la tige  $\mathcal{T}$  est due à la présence simultanée du courant  $i$  et du champ magnétique  $\vec{B}$ . Pour la calculer, on représente sur un schéma clair le sens positif choisi pour l'intensité  $i$  du courant dans le circuit.

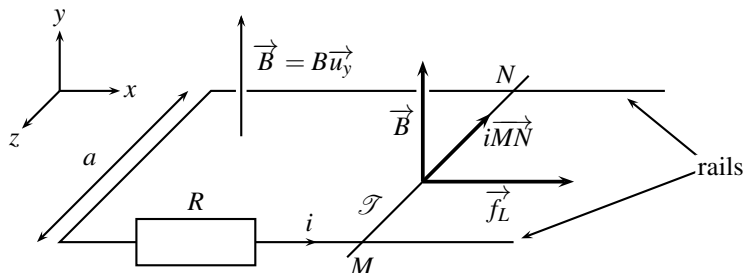


Figure 27.1 – Force de Laplace sur la tige  $\mathcal{T}$ .

1. En l'honneur de Pierre Simon de Laplace, 1749 – 1827, astronome, physicien et mathématicien français. Il est l'auteur d'une équation célèbre sur le champ de potentiel gravitationnel, de la méthode d'intégration par variation de la constante et d'avancées en calcul de probabilités.

La force de Laplace s'exerce sur la portion de la tige  $\mathcal{T}$  comprise entre les points  $M$  et  $N$ , de longueur  $a = MN$ . Avec le sens positif choisi, c'est-à-dire une tige orientée comme le courant, de  $M$  vers  $N$ , on admet que la force de Laplace se met sous la forme :  $\vec{f}_L = i\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}$ .

La force de Laplace exercée sur un tronçon de conducteur rectiligne  $MN$ , plongé dans un champ magnétique uniforme extérieur  $\vec{B}$  et parcouru par un courant d'intensité  $i$  allant de  $M$  vers  $N$  est :

$$\vec{f}_L = i\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}.$$

## 1.2 Puissance de la force Laplace

Si la tige  $\mathcal{T}$  a un mouvement de translation de vitesse  $\vec{v} = v\vec{u}_x$ , alors la puissance de la force de Laplace est :

$$\mathcal{P}_L = \vec{f}_L \cdot \vec{v} = iaBv.$$

## 2 Couple magnétique

### 2.1 Expression du Couple

Un circuit ou un aimant de moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme  $\vec{B}$  subit un **couple magnétique** de moment :

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}.$$

### 2.2 Puissance de l'action de Laplace

On suppose que la spire  $MNPQ$  tourne à la vitesse angulaire  $\omega = -\dot{\alpha}$  (le signe  $-$  provient du fait que l'angle  $\alpha$  part de la direction liée à la spire au lieu d'arriver sur la direction liée à la spire).

Le moment du couple de Laplace par rapport à l'axe  $(Oy)$  est  $\Gamma_{Ly} = \vec{\Gamma}_L \cdot \vec{u}_y = \mathcal{M}B \sin \alpha$ . Alors la puissance de ce couple magnétique est :

$$\mathcal{P}_L = \Gamma_{Ly} \omega = -\mathcal{M}B \dot{\alpha} \sin \alpha.$$

### 2.3 Complément : établissement du couple

On étudie une spire rectangulaire  $MNPQ$  parcourue par un courant  $i$ , et plongée dans un champ magnétique uniforme et stationnaire  $\vec{B}$ , créé par un environnement extérieur. On suppose que la spire peut tourner autour de l'axe  $(Oy)$  et on s'intéresse donc au moment par rapport au point  $O$  des forces de Laplace exercées par le champ magnétique sur la spire. On appelle  $a = NP$  et  $b = PQ$  les longueurs des côtés de la spire qui a donc une surface  $S = ab$ .

Pour minimiser les calculs, on observe sur un schéma les directions des forces de Laplace exercées sur les quatre côtés de la spire (voir figure 27.2).

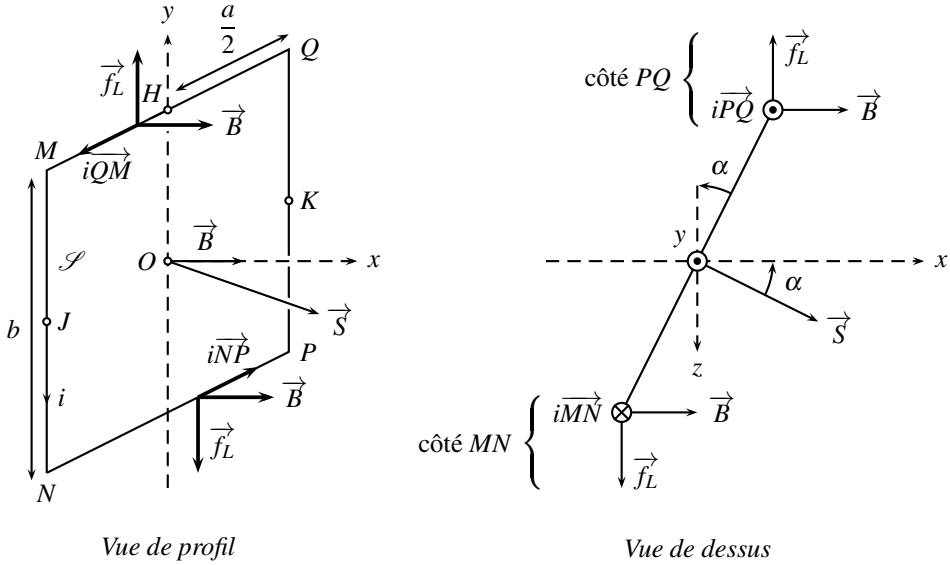


Figure 27.2 – Schéma des moments élémentaires des forces de Laplace.

Le schéma montre que la somme des forces de Laplace sur le tour de la spire est nulle. En effet, les forces s’annulent 2 à 2 pour deux côtés parallèles. Ainsi la spire est soumise à un **couple magnétique**.

Le force de Laplace  $\vec{F}_{QM}$  appliquée sur le côté horizontal  $QM$  est dirigée suivant  $\vec{u}_y$  (voir la vue de profil) et elle s’applique au milieu  $H$  de  $QM$ . Le moment en  $O$  de cette force est, par suite :  $\vec{M}_{O,QM} = \vec{OH} \wedge \vec{F}_{QM} = \vec{0}$ , car c’est le produit vectoriel de deux vecteurs colinéaires (tous les deux verticaux). Il en est de même pour la force de Laplace  $\vec{F}_{PN}$  appliquée sur l’autre côté horizontal  $PN$ .

Les forces de Laplace sur les côtés verticaux  $MN$  et  $PQ$  ont un moment en  $O$  non nul et un effet sur la rotation autour de  $(Oy)$ . Sur la figure vue de dessus, on observe qu’elles tendent à faire tourner la spire dans le sens trigonométrique, c’est-à-dire qu’elles tendent à aligner le vecteur surface  $\vec{S}$  sur le vecteur champ magnétique  $\vec{B}$ .

Le champ magnétique étant uniforme, la force de Laplace sur le brin  $PQ$  est :

$$\vec{F}_{PQ} = i\vec{PQ} \wedge \vec{B} = -ibB\vec{u}_z.$$

Le moment par rapport à  $O$  de  $\vec{F}_{PQ}$ , force s’applique en  $K$ , milieu de  $PQ$ , est :

$$\vec{M}_{O,PQ} = \vec{OK} \wedge \vec{F}_{PQ} = \frac{a}{2}(\sin \alpha \vec{u}_x - \cos \alpha \vec{u}_z) \wedge (-ibB\vec{u}_z) = \frac{a}{2}ibB \sin \alpha \vec{u}_y,$$

car  $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_z = -\vec{u}_y$  et  $\vec{u}_z \wedge \vec{u}_z = \vec{0}$ . On mène le même calcul pour le côté  $MN$  :

$$\vec{F}_{MN} = i\vec{MN} \wedge \vec{B} = ibB\vec{u}_z,$$

et :

$$\vec{M}_{O,MN} = \vec{OJ} \wedge \vec{FMN} = \frac{a}{2}(-\sin \alpha \vec{u}_x + \cos \alpha \vec{u}_z) \wedge (ibB\vec{u}_z) = \frac{a}{2}ibB \sin \alpha \vec{u}_y.$$

Le moment résultant total de Laplace est donc :

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{M}_{O,MN} + \vec{M}_{O,PQ} = aibB \sin \alpha \vec{u}_y.$$

Ce couple est proportionnel à l'intensité  $i$  et à la norme du champ magnétique. Il change de sens si le courant  $i$  change de sens ou si le champ magnétique change de sens.

L'expression du couple fait apparaître la combinaison  $iab$ , produit de la surface  $S = ab$  de la spire par l'intensité du courant qui est, au signe près, la norme du moment magnétique de la spire. En observant la figure on peut écrire :  $\vec{\mathcal{M}} = i\vec{S} = iab(\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_z)$ . Et, et ainsi :

$$\vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B} = iab(\cos \alpha \vec{u}_x + \sin \alpha \vec{u}_z) \wedge (B\vec{u}_x) = iabB \sin \alpha \vec{u}_y = \vec{\Gamma}_L.$$

### Remarque

On a bien (voir appendice mathématique) :  $\|\vec{\Gamma}_L\| = \|\vec{\mathcal{M}}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot |\sin \alpha|$ , où  $\alpha$  est l'angle entre le vecteur  $\vec{\mathcal{M}}$  et le vecteur  $\vec{B}$ .

## 3 Action d'un champ magnétique sur un aimant

### 3.1 Orientation d'un aimant

Le couple magnétique exercé par un champ magnétique  $\vec{B}$  sur un aimant de moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  tend à aligner le vecteur  $\vec{\mathcal{M}}$  sur le vecteur  $\vec{B}$ . On peut s'en convaincre en considérant le cas d'un aimant pouvant tourner autour d'un pivot d'axe ( $Oz$ ) représenté sur la figure :

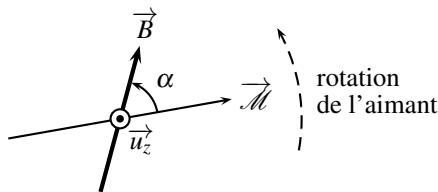


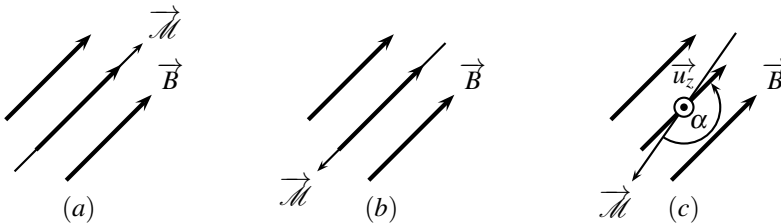
Figure 27.3 – Rotation d'un aimant dans un champ magnétique.

Dans la configuration de la figure, le couple exercée par le champ magnétique sur l'aimant est  $\vec{\Gamma}_L = \mathcal{M}B \sin \alpha \vec{u}_z$ . Ce couple est porté par  $\oplus \vec{u}_z$ , il tend donc à faire tourner l'aimant dans le sens positif lié à  $\vec{u}_z$ , indiqué par la règle de la main droite. L'influence du couple est donc d'aligner l'aimant sur le champ magnétique. Lorsque l'aimant est parallèle au champ magnétique, l'angle  $\alpha$  est nul, le couple s'annule, l'aimant ne tourne plus et reste dans cette position.

Le couple magnétique exercé par un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$  sur un aimant de moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  tend à aligner le vecteur  $\vec{\mathcal{M}}$  sur le vecteur  $\vec{B}$ .

### 3.2 Positions d'équilibre

On sait que le produit vectoriel de deux vecteurs est nul si et seulement si les deux vecteurs sont colinéaires. Ainsi, le couple magnétique s'annule pour  $\vec{\mathcal{M}}$  parallèle à  $\vec{B}$  et de même sens, ou bien  $\vec{\mathcal{M}}$  parallèle à  $\vec{B}$  et de sens contraire. Dans le premier cas  $\alpha = 0$  et dans le deuxième  $\alpha = \pi$ .



**Figure 27.4** – Stabilité de la position d'un aimant dans un champ magnétique, cas (a) parallèle (b) antiparallèle (c) antiparallèle perturbé.

La position antiparallèle n'est pas stable : lorsque l'aimant tourne d'un angle faible, alors il ne revient pas dans sa position d'origine, mais effectue un demi-tour pour arriver en position parallèle. En effet, le couple exercé par le champ magnétique sur l'aimant est  $\vec{\Gamma}_L = \mathcal{M} B \sin \alpha \vec{u}_z$ . Ainsi, dans le cas du schéma, l'aimant est entraîné en rotation autour de  $(Oz)$ , dans le sens positif, jusqu'à ce que le couple s'annule, dans la position parallèle où  $\alpha$  est nul.

### 3.3 Application : la boussole

Le champ magnétique de la Terre se modélise, en première approximation, par un moment magnétique placé au centre de la planète. Il sort de la Terre par le pôle nord magnétique, situé au pôle sud géographique, et entre par le pôle sud, situé au pôle nord géographique (voir figure 27.5).

L'aiguille d'une boussole, constitué d'un petit aimant de moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  en surface de la planète, s'oriente spontanément sur le champ magnétique terrestre  $\vec{B}_T$ . Ainsi, le pôle nord de l'aimant indique la direction du sud magnétique de la Terre, c'est à dire le pôle nord géographique. Les géographes parlent de pôle nord magnétique pour indiquer la position du pôle sud de l'aimant qu'est la Terre.

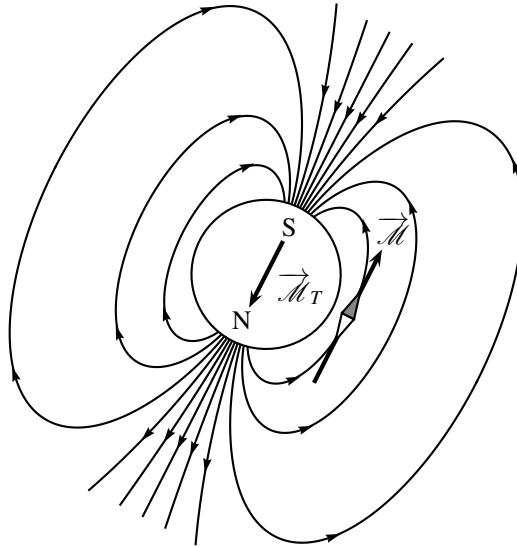


Figure 27.5 – Orientation d'une boussole dans le champ magnétique terrestre de surface.

### 3.4 Effet moteur d'un champ magnétique tournant

#### a) Création d'un champ magnétique tournant

On peut obtenir un champ magnétique tournant avec le dispositif représenté sur la figure 27.6. Deux bobines d'axes orthogonaux entre eux,  $\mathcal{B}_x$  et  $\mathcal{B}_y$ , créent chacune un champ magnétique en  $O$ .  $\mathcal{B}_x$  crée le champ  $\vec{B}_{Ox} = Ki_x\vec{u}_x$  et  $\mathcal{B}_y$  le champ  $\vec{B}_{Oy} = Ki_y\vec{u}_y$ , où  $K$  est un facteur qui dépend de la géométrie des bobines et de constantes fondamentales. Les champs des deux bobines s'ajoutent.

On fait en sorte que les intensités dans les deux bobines varient sinusoidalement dans le temps, avec la même amplitude  $i_0$  et la même pulsation  $\omega_0$ , et soient en quadrature de phase :  $i_x(t) = i_0 \cos(\omega_0 t)$  et  $i_y(t) = i_0 \sin(\omega_0 t)$ . Le champ total créé par les deux bobines en  $O$  est alors :

$$\vec{B}_O = \begin{pmatrix} Ki_x \\ Ki_y \\ 0 \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} i_0 \cos(\omega_0 t) \\ i_0 \sin(\omega_0 t) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

C'est un vecteur tournant autour de l'axe ( $Oz$ ) à la vitesse angulaire  $\omega_0$ , comme on le voit en le traçant en fonction du temps.

On crée un champ magnétique tournant avec deux bobines d'axes perpendiculaires, alimentées par des courants en quadrature de phase.

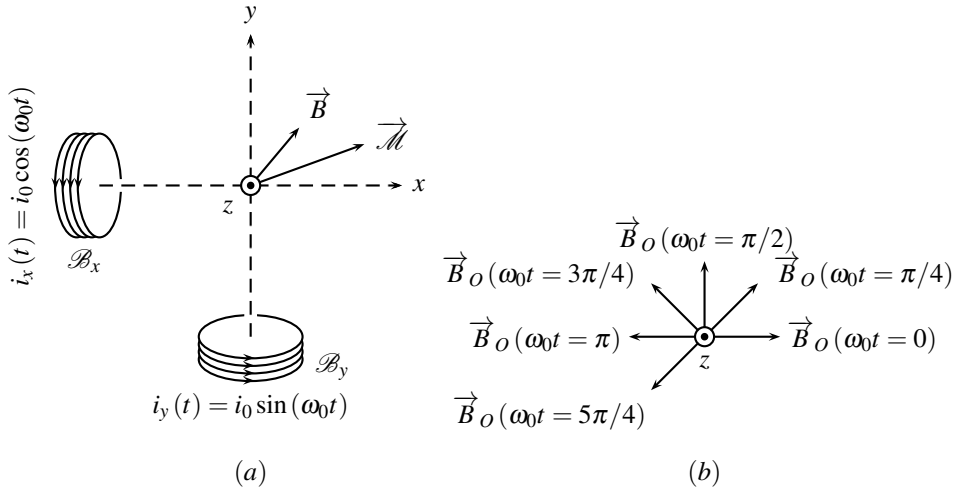


Figure 27.6 – Champ magnétique tournant et moment dipolaire : (a) dispositif expérimental, (b) champ tournant.

### b) Action sur un aimant

Qualitativement, lorsqu'on place un aimant en  $O$ , mobile en rotation autour de l'axe  $(Oz)$ , le champ magnétique exerce un couple sur l'aimant de moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$ . Ainsi l'aimant tourne pour s'orienter parallèlement au champ magnétique. Quand celui-ci tourne, celui-là en fait de même. L'aimant tourne donc à la vitesse angulaire  $\omega_0$  autour de  $(Oz)$ . C'est le principe des moteurs synchrones, dans lesquels le champ magnétique et l'aimant tournent à la même vitesse angulaire.

**SYNTHÈSE**

*SAVOIRS*

- résultante des force de Laplace pour une tige dans la configuration des rails de Laplace
- couple de Laplace pour une spire de courant en rotation
- action d'un champ magnétique extérieur sur un aimant : positions d'équilibre et de stabilité
- effet moteur d'un champ tournant

*SAVOIR-FAIRE*

- étudier les positions d'équilibre et de stabilité d'un aimant dans un champ magnétique uniforme
- mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'action d'un champ magnétique uniforme sur une boussole
- créer un champ magnétique tournant à l'aide de 2 ou 3 bobines et mettre en rotation une aiguille aimantée

*MOTS-CLÉS*

- force de Laplace
- couple de Laplace
- rails de Laplace
- champ tournant
- aimant